УДК 378.147: 371.3:004

Vol. 14 No. 3 2020

DOI: 10.17238/issn1998-5320.2020.14.3.8

ISSN 1998-5320 (Print) ISSN 12587-943X (Online)

# М. П. Лапчик<sup>1</sup>, М. И. Рагулина<sup>1</sup>, Е. К. Хеннер<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Омский государственный педагогический университет, г. Омск, Российская Федерация <sup>2</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет, г. Пермь, Российская Федерация

# Эволюция математического образования в условиях информатизации: обзор тенденций и результатов

Аннотация. В статье на основе литературного обзора исследуется влияние процессов информатизации и цифровизации на подходы к работе с математическими объектами и методы обучения математике. Основной метод, используемый в статье – сравнительно-ретроспективный анализ научных публикаций в разные исторические периоды. Вторжение ЭВМ и в математику, и в обучение математике стало предметом активного обсуждения в зарубежных и отечественных публикациях, начиная с 60-х гг. прошлого века. При этом выяснилось, что непосредственная взаимосвязь математики с компьютерными технологиями способствует как продуктивности в сфере математической деятельности, так и повышению эффективности обучения математике. Ведущей движущей силой и главным направлением модернизации математического образования в современном мире является информатизация. Однако требуется обновление программ обучения и учебников математики, а также массовое повышение квалификации педагогов в области цифровых технологий.

**Ключевые слова:** парадигма предметной деятельности в условиях информатизации и цифровизации, вычислительный эксперимент, математическое моделирование, интеграция математики и информатики, инструментальные средства, содержание и методы обучения математике, профессиональное и общее образование

Дата поступления статьи: 28 июня 2020 г.

**Для цитирования:** Лапчик М. П., Рагулина М. И. Хеннер Е. К. (2020). Эволюция математического образования в условиях информатизации: обзор тенденций и результатов // Наука о человеке: гуманитарные исследования. Т. 14.  $N^{\circ}$  3. С. 71–79. DOI: 10.17238/issn1998-5320.2020.14.3.8.

Введение. Процессы информатизации и цифровизации оказывают парадигмальное влияние на характер и содержание профессиональной деятельности людей в разных сферах. В не меньшей степени это относится к предметной области математики, так же, как и к методам обучения математике. Цель статьи – выявление наиболее значимых тенденций, состоявшихся решений и прогнозов в развитии математического образования в мире в эпоху информатизации, способных оказывать влияние на содержание обучения математике в профессиональной подготовке и в школьном образовании.

**Методология и методы.** Ведущим методом нашего исследования являлся сравнительно-ретроспективный анализ, позволивший сопоставить различные зарубежные и отечественные источники, изучавшие влияние информационных технологий на предметную область «математика» и на подходы к содержанию обучения математике в

профессиональном и общем образовании. При этом основной целью такого анализа являлось желание понять, в какой степени выдвигавшиеся взгляды и концепции приводили или привели к изменениям в научно-образовательной практике, а также каких изменений в этой сфере следует ожидать в будущем. По отношению к конкретным персоналиям, попавшим в приведённый ниже аналитический обзор работ западных и отечественных учёных можно сказать, что это прежде всего те, чьи имена упоминались наиболее часто в связи с исследуемой проблемой. В их числе также и авторы настоящей статьи, длительное время уделявшие немало внимания не только отслеживанию тенденций математического образования в условиях информатизации, но и практическому внедрению новых подходов.

**Обзор литературы. Результаты.** Вторжение информационных технологий в математическую деятельность началось прак-

тически сразу после создания ЭВМ, т. е. с 50-60-х гг. прошлого века. По причине более раннего появления ЭВМ примеры таких исследований изначально стали возникать в США. С увеличением быстродействия ЭВМ интерес к этой практической сфере среди математиков стал нарастать, а число примеров оригинальных применений компьютерно-математического моделирования стало множиться. В 1949 г. группа учёных под руководством Джона фон Неймана дала старт компьютерному решению задачи исчисления несметного количества знаков числа л: на первой публично рассекреченной ЭВМ ЭНИАК было получено 2037 знаков после запятой, на что потребовалось 70 часов машинного времени [1, 2]. В 1961 г. Дэниел Шенкс на IBM 7090 рассчитал 100000 знаков [3], а отметка в миллион была пройдена в 1973 г. Не менее экстравагантный результат, обнаруженный «вручную» и развитый затем с помощью ЭВМ - выстроенный Станиславом Уламом ряд простых чисел по диагоналям квадрата (так называемая «скатерть Улама») [4]. Кстати, именно Улам предложил вычислительный метод Монте-Карло, годом рождения которого считается 1949 г. [5]. Таких примеров на самой ранней стадии применения ЭВМ было немало. Важно то, что эти первые примеры исследования математических объектов, основанные на использовании быстродействия компьютеров, положили начало эпохе вычислительных экспериментов, что стало предвестником активного вторжения компьютеров в предметную область математики.

Практически в это же время использование ЭВМ в математике становится предметом активного обсуждения в отечественных публикациях. Уже в начале 60-х гг. прошлого века В. М. Глушков заявлял, что «пропускная способность мозга человека ставит известный предел для сложности создаваемых им теорий и доказательств. Встречаются случаи, когда для решения той или иной задачи в математике или теоретической физике исследователь тратит десятки лет напряжённого умственного труда. Только достаточный уровень информационной вооружённости делает возможным рациональное использование производственных и людских ресурсов» [6, с. 203]. В 1970-е гг.

Л. Д. Кудрявцев отмечал, что непосредственная взаимосвязь с так называемой машинной математикой способствует эффективному использованию в науке, технике и экономике таких методов математики как формализация, аналогия, моделирование. Вместе с тем, по его мнению, имеет место и обратное влияние машинной математики на теоретическую математику, которое идёт по двум направлениям: 1) машинная математика помогает теоретической математике быстро и с любой наперед заданной степенью точности находить ответы к задачам, решение которых средствами последней практически невозможно, а разработка любых приближённых методов основывается на данных теоретической математики и, в свою очередь, способствует её дальнейшему развитию; 2) решение теоретических проблем машинной математики и задач усовершенствования ЭВМ - значительный фактор в развитии математических дисциплин, к числу которых относятся математическая логика, теория алгоритмов, теория автоматов, теория информации, теория массового обслуживания, теория игр, программирование [7, с. 45].

Процессы компьютеризации математического знания сопровождаются активизацией интеграционных процессов в науке и образовании, синтезом научных знаний, переносом методов исследования из одной области в другую. Взаимодействие информатики с математикой привело к появлению новой области, получившей название «вычислительная (или компьютерная) математика». Наращивание контента этой области математики происходило постепенно, одновременно с наращиванием мощности средств и методов ИКТ. Так, например, приближённые вычисления, которые, по мнению А. А. Ляпунова, «долгое время рассматривались как некоторая второстепенная или заштатная область приложений и которые очень неохотно включались в число «настоящих» математических дисциплин, за последние годы сделались чрезвычайно актуальным и глубоко принципиальным разделом математики» [8, с. 92]. В настоящее время систематические курсы численных методов с компьютерным сопровождением стали привычными в учебных планах высшего и среднего профессионального образования [9-12 и др.].

В последние десятилетия технические средства для работы с математическими объектами пополнились целым арсеналом компьютерных математических систем [13-19]. Понимание уникальных вариативных возможностей различных средств и методов информатики в области реализации различных способов решения и различных форм получения ответа при решении математических задач (методы точные и приближённые, результаты символьные (аналитические), численные, графические) становится результатом естественной эволюции традиционной математической культуры студента / школьника (а, следовательно, прежде всего преподавателя / учителя). Подтверждением этому тезису служит тот факт, что уже в стандарты высшего педагогического образования второго поколения по специальности «Математика» с 2005 г. был введён новый предмет «Информационные технологии в математике» в качестве обязательной дисциплины предметной подготовки учителя математики (федеральный компонент, блок общематематических и естественнонаучных дисциплин); издано также соответствующее учебное пособие [20]. При этом и в отечественных, и в западных источниках (см. далее) было практически установлено, что различные представления одного и того же математического объекта способны мотивировать студентов к математическим рассуждениям, т. е. к углублению знаний в области математики. Заметим, однако, что, не будучи введённой в «железную зону» ФГОС, эта дисциплина в самостоятельно наполняемых российскими вузами учебных планах кое-где может восприниматься как необязательная и не задействоваться.

Принципиальные возможности проэлементов никновения математической информатики в школьное образование открылись после введения в школу предмета ОИВТ в 1985 г., однако эти возможности были реализованы в весьма незначительной степени, поскольку математическая информатика в это время была представлена только знакомством с программированием для ЭВМ [21]. В конце 1990-х гг. в базисном учебном плане общеобразовательных учреждений Российской Федерации была сделана неожиданная, но обнадеживающая попытка объединения предметных областей математики и информатики [22, с. 91-93], однако на практике эта концепция не получила развития. В дальнейшем во ФГОС среднего общего образования [23, 24] были прописаны требования по «формированию и развитию ИКТ-компетенции», «владению навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач», но в рекомендованных в 2019 г. федеральных учебниках математики для средней общеобразовательной школы так и не произошло заметного движения в сторону математической информатики (см., например, учебники по алгебре для 7-9 кл. [25-27]). Не способствовал этому и журнал «Математика в школе», в котором только в последние годы стали появляться статьи по применению ИТ в математике [28]). А между тем умеренная реализация в школьном математическом образовании средств и методов информатической математики представляется вполне реалистичной для массового образования, поскольку она в значительной степени может накладываться на традиционное содержание школьной математики, во многом имеющее алгоритмический характер. Нетрудно предвидеть и расширение в этих условиях привлекательных перспектив применения новых средств и методов учебного исследования и решения задач в других, прежде всего естественнонаучных, дисциплинах, что позволило бы существенно обновить их содержание.

В современных зарубежных источниках исследования в этой сфере ведутся также давно и интенсивно. Подробный анализ этих исследований проведён нами в соответствующей главе монографии [29, с. 76–112]. Авторы анализируемых публикаций – признанные специалисты в данной области, имеющие большое количество статей в научных журналах. Краткий обзор, приведённый ниже, позволяет сопоставить западный опыт с отечественным и помогает понять, какие направления исследований и практических приложений в этой сфере зарубежные коллеги считают наиболее приоритетными.

Работа М. К. Хейд [30] является одним из первых исследований в области использования цифровых технологий в математическом образовании. В ней рассматривался

процесс изучения курса математического анализа студентами, специализирующимися в области бизнеса, архитектуры и наук о жизни (т. е. в прикладных областях), с использованием компьютерной алгебры, табличных и графических инструментов. Результаты показали, что студенты экспериментальной группы, которые посещали курс с цифровыми инструментами, опередили контрольную группу, посещавшую лишь традиционный курс, по теоретическим аспектам дисциплины и почти так же хорошо справились с вычислительными действиями, которые должны были осуществляется вручную.

В 1990-х гг. в разных странах, в том числе и в России, популярными среди студентов и преподавателей стали технологии использования портативных графических калькуляторов. Были разработаны соответствующие учебные материалы, и исследователи стали изучать преимущества такой деятельности, богатой технологиями. Примером исследования в этой области является работа Х. М. Доерр и Р. Зангор [31]. Они провели детальный эксперимент, классифицировали способы использования инструмента, выявили решающую в этом процессе роль учителя. Уже известный для нас вывод заключался в том, что различные представления одного и того же математического объекта способны вызывать любопытство у студентов и мотивировать их к математическим рассуждениям.

Целью работы А. Брей и Б. Тангни [32] является обзор недавних эмпирических исследований, касающихся использования технологий в математическом образовании. На основе разработанной ими классификации авторы пришли к выводу о том, что цифровые технологии имеют потенциал для открытия новых методов обучения, формирования математических знаний и новых способов решения задач. Это, однако, требует изменения педагогического подхода с точки зрения вовлечения обучающихся в процесс обучения, т. е. требует соответствующей квалификации учителя.

Статья авторов М. Борба и др. «Смешанное обучение, электронное обучение и мобильное обучение в математическом образовании» [33] посвящена анализу последних

достижений в области исследования роли цифровых технологий в математическом образовании в условиях роста доступности и пропускной способности интернета. В этом поле выделяют два аспекта исследования:

- 1) когда акцент делается на том, как новые мобильные/цифровые технологические средства определяют новые формы организации знаний и облегчают доступ к знаниям (объекты обучения, МООК, цифровые библиотеки, цифровые хранилища и т. д.);
- 2) когда основное внимание уделяется тому, как использование новых мобильных или цифровых технологий определяет характер взаимодействия между людьми, а также между людьми и знаниями в контексте обучения. На основе анализа происходящих в этой сфере событий и темпов их нарастания делается прогноз, что в ближайшем будущем в математическом образовании произойдут радикальные перемены. Авторы подчеркивают, что они не пытаются ответить на вопрос, хорошо это или плохо. Вместо этого они попытались поделиться изученным, чтобы «открыть окно» в будущее математического образования.

**Выводы.** Исследование, проведённое на основе сравнительно-ретроспективного метода в соответствии с поставленными целями, при сопоставлении подходов и оценок, изложенных в различных научных и научно-методических источниках в разные исторические периоды, позволяет сделать следующие выводы.

- 1. Считается общепризнанным, что в современном мире ведущей движущей силой и главным направлением модернизации математического образования, как общего, так и профессионального, является информатизация.
- 2. Методологической основой формирования умения гармонично сочетать формальный язык математики, неформальный язык науки, в области которой производится исследование, и уникальные возможности современного компьютера является компьютерное математическое моделирование.
- 3. Компьютеризация математического знания привела к активизации интеграционных процессов в науке и образовании, синтезу научных знаний, переносу методов исследования из одной области в другую.

- 4. Опыт применения в обучении математике инструментальных средств показывает, что различные представления одного и того же математического объекта способны мотивировать студентов к математическим рассуждениям, т. е. к более глубокому освоению математики.
- 5. В отечественных публикациях подтверждается обоснованность и продуктивность информатической математики, однако в курсах математики для общего образования численные методы и инструментальные средства решения задач пока ещё используются слабо, что объясняется медленной модернизацией программ обучения и недостаточной подготовленностью учителей.
- 6. Существует настоятельная необходимость пересмотра классического содержания базовых математических дисциплин в прикладных секторах высшего и среднего специального образования, сокращения разделов, не имеющих применения в практико-ориентированных компьютерных приложениях подготовки специалистов.

7. Анализ последних достижений в области исследования роли цифровых технологий в математическом образовании в условиях роста доступности и пропускной способности интернета показал, что в ближайшем будущем в математическом образовании на основе идей создания и внедрения МООК произойдут перемены, которые могут привести к радикальным изменениям организационных основ обучения математике. Этот тезис, развиваемый во многих зарубежных источниках, в отечественных дискуссиях продолжает восприниматься неоднозначно.

Приведённые выводы дают основания для предположения, что и в российской, и в зарубежной научно-методической среде в полной мере осознаётся потребность в существенной перестройке традиционного математического образования в направлении систематического применения методов информатизации и цифровизации. При этом многократно подчеркивается острая потребность в усилении роли преподавателей / учителей и повышении их квалификации в области цифровых технологий.

# Источники

- 1. Brian J. Shelburne. The ENIAC's 1949 Determination of  $\pi$ . IEEE Annals of the History of Computing, vol. 34, Issue 3, July-Sept. 2012, pp. 44-54.
- 2. Шумихин С., Шумихина А. Число Пи. История длиною в 4000 лет. М. : Эксмо, 2011. 192 с.
- 3. Shanks, D., Wrench Jr. J. W. Calculation of  $\pi$  to 100000 decimals // Mathematics of Computation, 1962, vol. 16, no 77, pp. 76-99.
- 4. Mathematics in the modern world. Scienstific American. New York 1964. [Электронный pecypc]. URL: https://zh.b-ok.cc/book/2079793/b229da (дата обращения : 14.05.2020) Русский перевод : Математика в современном мире : сб. / пер. с англ. Н. Г. Рычковой. М. : Мир, 1967. 208 с.
- 5. Metropolis N., Ulam S. The Monte Carlo Method // J. Amer. statistical assoc., 1949, 44, no 247, pp. 335-341.
- 6. Глушков В. М. Кибернетика и управление производством // Возможное и невозможное в кибернетике: сб. статей / под ред. акад. А. Берга и Э. Кольмана. М.: Наука, 1964. С. 198–203.
- 7. Кудрявцев Л. Д. Мысли о современной математике и её изучении. М.: Наука, 1977. 112 с.
- 8. Ляпунов А. А. О роли математики в современной человеческой культуре // История информатики в России: учёные и их школы / сост. В. Н. Захаров, Я. И. Фет, Р. И. Подловченко. М.: Наука, 2003. С. 54-62.
- 9. Зенков А. В. Численные методы: учеб. пособие. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2016. 124 с.

- 10. Тынкевич М. А., Пимонов А. Г. Введение в численный анализ : учеб. пособие. Кемерово : КузГТУ, 2017. 176 с.
- 11. Лапчик М. П., Рагулина М. И., Хеннер Е. К. Численные методы : учеб. пособие для студ. вузов / под ред. М. П. Лапчика. М. : Академия, 2004. 384 с.
- 12. Лапчик М. П., Рагулина М. И., Хеннер Е. К. Численные методы: учебник для студ. сред. проф. учеб. заведений / под ред. М. П. Лапчика. М.: Академия, 2018. 256 с.
- 13. Есаян А. Р., Чубариков В. Н., Добровольский Н. М., Якушин А. В. Программирование в Махіта: учеб. пособие. Тула: Изд-во Тул. гос. пед. ун-та им. Л. Н. Толстого, 2012. 351 с.
- 14. Андриевский А. Б., Андриевский Б. Р., Капитонов А. А., Фрадков А. Л. Решение инженерных задач в Scilab. СПб: НИУ ИТМО, 2013. 97 с.
- 15. Воробьев Е. С., Воробьева В. Е. Численные методы и математическое моделирование. Основы численных методов и приемы построения математических моделей на их основе и эти решения в различных пакетах. Казань: Изд-во КНИТУ, 2016. 105 с.
- 16. Система Mathematica [Электронный ресурс]. URL: http://www.wolfram.com/mathematica/?source=nav (дата обращения: 20.05.2020)
- 17. Система Maple [Электронный ресурс]. URL: https://www.maplesoft.com (дата обращения: 20.05.2020)
- 18. Система MatLab [Электронный ресурс]. URL: https://www.mathworks.com/products. html?s\_tid=gn\_ps (дата обращения: 02.06.2020)
- 19. Система Mathcad [Электронный ресурс]. URL: https://www.ptc.com/en/products/mathcad/capabilities (дата обращения 10.06.2020)
- 20. Рагулина М. И. Информационные технологии в математике : учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / под ред. М. П. Лапчика. М. : Академия, 2008. 304 с.
- 21. Семенов А. Л. Математическая информатика в школе // Информатика и образование. М., 1995. № 5. С. 54–58.
- 22. Теория и методика обучения информатике / М. П. Лапчик, И. Г. Семакин, Е. К. Хеннер, М. И. Рагулина и др. М.: Академия, 2008. 592 с.
- 23. Минобрнауки РФ. Приказы. Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования [Электронный ресурс]: от 17 декабря 2010 № 1897 (в ред. Приказа Минобрнауки России от 29.12. 2014 № 1644) URL: https://fgos.ru/ (дата обращения: 15.06.2020)
- 24. Минобрнауки РФ. Приказы. Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования [Электронный ресурс]: от 6 октября 2009 г. № 413 (в ред. Приказа Минобрнауки России от 29. 12. 2014 № 1645). URL: https://fgos. ru/ (дата обращения: 15. 06. 2020)
- 25. Мордкович А. Г., Семёнов П. В., Александрова Л. А. Мардахаева Е. Л. Алгебра: 7 класс: учебник. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2020. 367 с.
- 26. Мордкович А. Г., Семёнов П. В., Александрова Л. А. Мардахаева Е. Л. Алгебра: 8 класс: учебник. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2020. 384 с.
- 27. Мордкович А. Г., Семёнов П. В., Александрова Л. А. Мардахаева Е. Л. Алгебра: 8 класс: учебник. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2020. 368 с.
- 28. Содержание выпусков журнала «Математика в школе», 1990-2020 гг. [Электронный ресурс]. URL: https://www.elibrary.ru/contents.asp?titleid=8822 (дата обращения: 15.06.2020)
- 29. Лапчик М. П., Рагулина М. И., Хеннер Е. К. Тенденции развития математического и информатического образования в условиях информатизации // Эволюция образования в условиях информатизации: монограф. / рук. авт. коллектива и отв. ред. М. П. Лапчик, М. В. Носков. Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2019. 212 с.
- 30. Heid M. K. Resequencing Skills and Concepts in Applied Calculus Using the Computer as a Tool // Journal for Research in Mathematics Education, 1988, no 19 (1), pp. 3–25.
- 31. Doerr H. M., Zangor R. Creating meaning for and with the graphing calculator // Educational Studies in Mathematics, 2000, no. 41 (2), pp. 143–163.
- 32. Aibhín Bray A., Tangney B. Technology usage in mathematics education research A systematic review of recent trends // Computers & Education, 2017, vol. 114, no. 1, pp. 255–273.
- 33. Borba M., Askar P., Engelbrecht J., Gadanidis G., Llinares S., Sánchez-Aguilar M. Blended learning, e-learning and mobile learning in mathematics education. ZDM. Mathematics Education, 2016, no 48(5), pp. 589–610.

# Информация об авторах

## Лапчик Михаил Павлович

Академик РАО, доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры информатики и методики обучения информатике. Омский государственный педагогический университет (644099, РФ, г. Омск, Набережная Тухачевского, 14). ORCID ID: http://orcid.org/0000-0002-0103-1103. Scopus Author ID: 56937008100. E-mail: lapchik@omsk.edu

# Рагулина Марина Ивановна

Доктор педагогических наук, профессор, зав. кафедрой информатики и методики обучения информатике. Омский государственный педагогический университет (644099, РФ, г. Омск, Набережная Тухачевского, 14). ORCID ID: http://orcid.org/0000-0003-0313-9721. Scopus Author ID: 57208351612. E-mail: ragulina@omgpu.ru

# Хеннер Евгений Карлович

Доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры информационных технологий. Пермский государственный национальный исследовательский университет (614990, РФ, г. Пермь, ул. Букирева, 15). ORCID ID: http://orcid.org/0000-0002-6397-4465. Scopus Author ID: 57191211527. E-mail: ehenner@psu.ru

# M. P. Lapchik <sup>1</sup>, M. I.Ragulina<sup>1</sup>, E. K. Henner<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Omsk State Pedagogical University, Omsk, Russian Federation <sup>2</sup>Perm State National Research University, Perm, Russian Federation

# Mathematical education evolution in the context of informatization: trends and results reviews

**Abstract**. Basing on a literature review, the article examines the influence of informatization and digitalization processes on approaches to research in the field of mathematics and methods of teaching mathematics. The main method used in the article is a comparative retrospective analysis of scientific publications of different historical periods. Computers introduced into both mathematics and mathematics education became the subject of active discussion in foreign and national publications since the 1960s. Herewith, it turned out that direct interconnection of mathematics and computer technology contributes to productivity in the field of mathematics as well as it helps increase the effectiveness of mathematics teaching.

**Keywords:** paradigm of subject activity in the conditions of informatization and digitalization, computational experiment, mathematical modeling, integration of mathematics and computer science, tools, content and methods of teaching mathematics, professional and general education.

Paper submitted: June 28, 2020

**For citation**: Lapchik M.P., Ragulina M.I., Henner E. K. (2020). Mathematical education evolution in the context of informatization: trends and results review. The Science of Person: Humanitarian Researches, vol. 14, no. 3, pp. 71–79. DOI: 10.17238/issn1998-5320.2020.14.3.8.

# References

1. 1. Brian J. Shelburne. The ENIAC's 1949 Determination of  $\pi$ . IEEE Annals of the History of Computing, vol. 34, Issue 3, July-Sept. 2012, pp. 44–54 (In English)

- 2. Shumihin S., Shumihina A. Number Pi. A 4,000-year history. Moscow, Eksmo Publ., 2011. 192 p. (In Russian)
- 3. Shanks, D., Wrench Jr. J. W. Calculation of  $\pi$  to 100000 decimals // Mathematics of Computation, 1962, vol. 16, no 77, pp. 76–99 (In English)
- 4. Mathematics in the modern world. Scienstific American. New York 1964. [Electronoc resource]. URL: https://zh.b-ok.cc/book/2079793/b229da (accessed 14.05.2020) Russian translation: Mathematics in the modern world: col. / transl. from Engl. N. G. Rychkova. Moscow, Mir Publ., 1967. 208 p. (In English)
- 5. Metropolis N., Ulam S. The Monte Carlo Method // J. Amer. statistical assoc., 1949, 44, no. 247, pp. 335-341 (In English)
- 6. Glushkov V. M. Cybernetics and production management // Possible and impossible in Cybernetics: digest of articles / ed. by A. Berg, E. Kol'man. Moscow, Nauka Publ., 1964, pp. 198-203 (In Russian)
- 7. Kudryavtsev L. D. Thoughts on modern mathematics and its study. Moscow, Nauka, 1977, 112 p. (In Russian)
- 8. Lyapunov A. A. About the role of mathematics in modern human culture // History of computer science in Russia: scientists and their schools / comp. by V. N. Zaharov, Ya. I. Fet, R. I. Podlovchenko. Moscow, Nauka Publ., 2003, pp. 54-62 (In Russian)
- 9. Zenkov A. V. Numerical methods: textbook. Yekaterinburg, UrFU Publ., 2016, 124 p. (In Russian)
- 10. Tynkevich M. A., Pimonov A. G. Introduction to numerical analysis .Textbook. Kemerovo, KuzSTU Publ., 2017, 176 p. (In Russian)
- 11. Lapchik M. P., Ragulina M. I., Henner E. K. Numerical methods: textbook for students of higher education / ed. by M. P. Lapchik. Moscow, Academia Publ., 2004. 384 p. (In Russian)
- 12. Lapchik M. P., Ragulina M. I., Henner E. K. Numerical methods: textbook for students of sec. prof. educ. institutions / ed. by M. P. Lapchik. Moscow, Academia Publ., 2018. 256 p. (In Russian)
- 13. Esayan A. R., Chubarikov V. N., Dobrovolskiy N. M., Yakushin A. V. Programming in Maxima. Textbook. Tula: TSPU Publ., 2012, 351 p. (In Russian)
- 14. Andrievskiy A. B., Andrievskiy B. R., Kapitonov A. A., Fradkov A. L. The solution of engineering problems in Scilab. Saint-Petersburg, NIU ITMO Publ., 2013, 97 p. (In Russian)
- 15. Vorobev E. S., Vorobeva V. E. Numerical methods and mathematical modeling. Fundamentals of numerical methods and techniques for building mathematical models based on them and these solutions in various packages. Kazan, KNITU Publ., 2016, 105 p. (In Russian)
- 16. Mathematica System [Electronic resource]. URL: http://www.wolfram.com/mathematica/?source=nav (accessed 20.05.2020)
- 17. Maple System [Electronic resource]. URL: https://www.maplesoft.com (accessed 20.05.2020)
- 18. MatLab System [Electronic resource]. URL: https://www.mathworks.com/products.html?s\_tid=gn\_ps (accessed 02.06.2020)
- 19. Mathcad System [Electronic resource]. URL: https://www.ptc.com/en/products/mathcad/capabilities (accessed 10.06.2020)
- 20. Ragulina M. I. Information technologies in mathematics: textbook for students of higher education / ed. by M. P. Lapchik. Moscow, Academia Publ., 2008, 304 p. (In Russian)
- 21. Semenov A. L. Mathematical computer science in school. Computer science and education, 1995, no 5, pp. 54–58 (In Russian)
- 22. Theory and methods of teaching computer science / M. P. Lapchik, I. G. Semakin, M. I. Ragulina, Henner E. K. and etc. Moscow, Academia Publ., 2008, 592 p. (In Russian)
- 23. The Ministry of education and science of the Russian Federation. Decrees. About the approval of the Federal state educational standard of basic General education [Electronic resource]: the decree of no 1897 dated December 17 2010 (in ed. the decree of the Ministry of education and science of Russia dated December 29 2014 no 1644) URL: https://fgos.ru/(accessed 15.06.2020). (In Russian)
- 24. The Ministry of education and science of the Russian Federation. Decrees. About the approval of the Federal state educational standard of secondary General education [Electronic resource]: the decree of no 413 of October 6, 2009 (in ed. the decree of the Ministry of education and science of Russia dated 29.12.2014 no 1645) URL: https://fgos.ru/ (accessed 15.06.2020). (In Russian)
- 25. Mordkovich A. G., Semyonov P. V., Aleksandrova L. A. Algebra: Grade 7. Textbook. Moscow, BINOM. Laboratoriya znaniy Publ., 2020, 367 p. (In Russian)
- 26. Mordkovich A. G., Semyonov P. V., Aleksandrova L. A. Algebra: Grade 8. Textbook. Moscow, BINOM. Laboratoriya znaniy Publ., 2020, 384 p. (In Russian)

- 27. Mordkovich A. G., Semyonov P. V., Aleksandrova L. A. Algebra: Grade 9. Textbook. Moscow, BINOM. Laboratoriya znaniy Publ., 2020, 368 p. (In Russian)
- 28. Content of issues of the journal «Mathematics in school», 1990–2020. URL: https://www.elibrary.ru/contents.asp?titleid=8822 (accessed 15.06.2020). (In Russian)
- 29. Lapchik M. P., Ragulina M. I., Henner E. K. Trends in the development of mathematical and computer education in the conditions of Informatization. Evolution of education in the conditions of Informatization. Monograph / ed. by M. P. Lapchik, M. V. Noskov. Krasnoyarsk, SibFU Publ., 2019. 212 p. (In Russian)
- 30. Heid M. K. Resequencing Skills and Concepts in Applied Calculus Using the Computer as a Tool // Journal for Research in Mathematics Education, 1988, no 19 (1), pp. 3-25 (In English)
- 31. Doerr H. M., Zangor R. Creating meaning for and with the graphing calculator // Educational Studies in Mathematics, 2000, no 41 (2), pp. 143-163 (In English)
- 32. Aibhín Bray A., Tangney B. Technology usage in mathematics education research A systematic review of recent trends // Computers & Education, 2017, vol. 114, no. 1, pp. 255–273.
- 33. Borba M., Askar P., Engelbrecht J., Gadanidis G., Llinares S., Sánchez-Aguilar M. Blended learning, e-learning and mobile learning in mathematics education. ZDM. Mathematics Education, 2016, no. 48(5), pp. 589–610 (In English)

### Information about the authors

# Mikhail P. Lapchik

Academician of the Russian Academy of Education, Dr. Sc. (Pedagogy), Professor of the Informatics and Methods of Teaching Informatics Department. Omsk State Pedagogical University (14 Naberezhnaya Tukhachevskogo, Omsk, 644099, Russian Federation). ORCID ID: http://orcid.org/0000-0002-0103-1103. Scopus Author ID: 56937008100. E-mail: lapchik@omsk.eduu

# Marina I. Ragulina

Dr. Sc. (Pedagogy), Professor, Head of the Informatics and Methods of Teaching Informatics Department. Omsk State Pedagogical University (14 Naberezhnaya Tukhachevskogo, Omsk, 644099, Russian Federation). ORCID ID: http://orcid.org/0000-0003-0313-9721. Scopus Author ID: 57208351612. E-mail: ragulina@omgpu.ru

# Yevgeniy K. Henner

Dr. Sc. (Phys. and Math.), Professor of Information Technologies Department. Perm State National Research University (15 Bukireva St., Perm, 614990, Russian Federation). ORCID ID: http://orcid.org/0000-0002-6397-4465. Scopus Author ID: 57191211527. E-mail: ehenner@psu.ru

© М. П. Лапчик, М. И. Рагулина, Е. К. Хеннер, 2020